

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI
2014./2015.

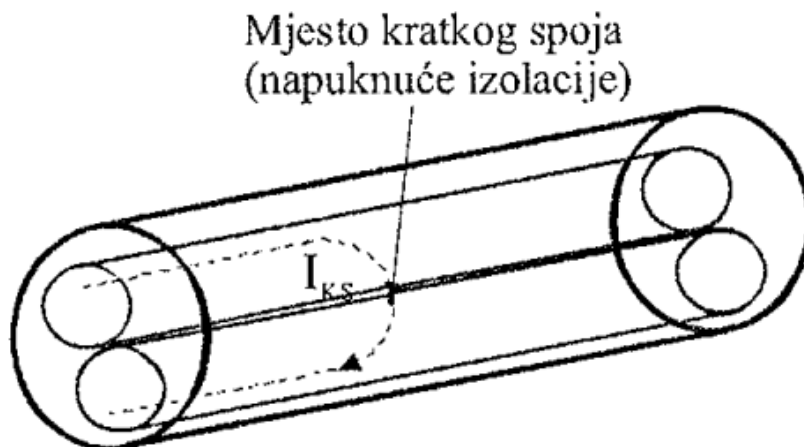
RJEŠENJA TEORIJSKOG DIJELA NATJECANJA

Mogući broj
bodova: **50**

Vinkovci, 29. i 30. travnja 2015.

1. ZADATAK RJEŠENJE

Kod prekida dvožičnog voda, na mjestu prekida žice su se kratko spojile. Mjed ($\chi = 13,3 \text{ Sm/mm}^2$) je materijal iz kojega je izrađen vod. Polumjer žice je $r = 1 \text{ mm}$. Ommetrom je izmjerena otpor $R = 10,5 \Omega$. Na kojoj je udaljenosti od početka voda došlo do kratkog spoja?



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$x =$	219,36m	2	
UKUPNO BODOVA		2	

RJEŠENJE

$R =$ zatvoreni strujni krug, ρ (χ), r (S), R (Ω)

$x = l/2$; $x = ?$

AKO NATJECATELJ /UČENIK/ POKUŠAVA ISPRAVNO KOMBINIRATI MOŽE DOBITI BAREM 1 BOD. UKUPAN REZULTAT DONOSI 2 BODA!

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad \left| \cdot \frac{S}{\rho} \right.$$

$$\frac{R \cdot S}{\rho} = l$$

$$l = \frac{1}{\rho} \cdot R \cdot S \quad ; \quad \frac{1}{\rho} = \kappa$$

$$S = r^2 \pi$$

$$l = \kappa \cdot R \cdot r^2 \pi$$

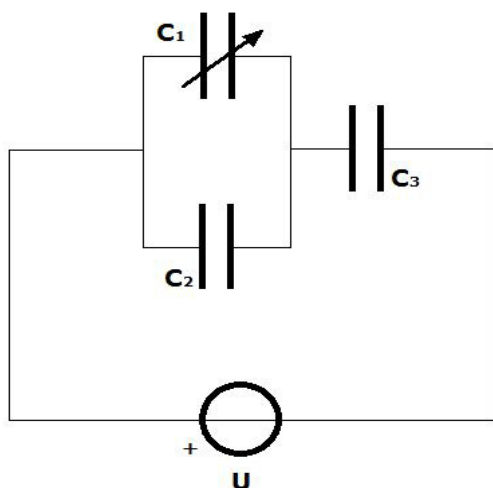
$$x = \frac{l}{2}$$

$$x = \frac{\kappa \cdot R \cdot r^2 \pi}{2} \quad \boxed{1}$$

$$x = 219,36 \text{ m}$$

2. ZADATAK RJEŠENJE

Promjenljivi zračni kondenzator C_1 može se mijenjati od $C_{10} = 20 \mu\text{F}$ do $C_{1m} = 450 \mu\text{F}$. Promjenljivi kondenzator spojen je sa kondenzatorima $C_2 = 80 \mu\text{F}$ i $C_3 = 240 \mu\text{F}$ prema slici na izvor stalnog napona $U = 480 \text{ V}$. Probojni napon za kondenzatore C_2 i C_3 je $U_p > 300 \text{ V}$. U kojim se granicama smije mijenjati C_1 da ne dođe do proboja bilo kojeg od tih kondenzatora?



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$C_{1 \text{ MIN}} =$	64 μF	4	
$C_{1 \text{ MAX}} =$	320 μF	4	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE:

1. SLUČAJ – U_2 ne smije biti veći od 300 V kako ne bi došlo do proboja na C_2

$$C_2 = 80 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 240 \mu\text{F}$$

$$U = 480 \text{ V}$$

$$U_2 = U_1 = U_p = 300 \text{ V} \quad (1 \text{ bod})$$

$$U_3 = U - U_2 = 480 \text{ V} - 300 \text{ V} = 180 \text{ V}$$

$$Q_3 = U_3 \times C_3 = 180 \text{ V} \times 240 \times 10^{-6} \text{ F} = 4,32 \times 10^{-2} \text{ C}$$

$$Q_3 = Q_{12} = Q_{\text{uk}} = 4,32 \times 10^{-2} \text{ C} \quad (1 \text{ bod})$$

$$Q_2 = U_2 \times C_2 = 300V \times 80 \times 10^{-6}F = 2,4 \times 10^{-2} C$$

$$Q_{12} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = Q_{12} - Q_2 = 4,32 \times 10^{-2}C - 2,4 \times 10^{-2}C = 1,92 \times 10^{-2} C \quad (1 \text{ bod})$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U_1} = \frac{1,92 \times 10^{-2}}{300} = 6,4 \times 10^{-5} F = 64 \mu F \quad (1 \text{ bod})$$

$$\mathbf{C_{1MIN} = 64 \mu F}$$

2. SLUČAJ – U_3 ne smije biti veći od 300 V kako ne bi došlo do proboja na C_3

$$C_2 = 80 \mu F$$

$$C_3 = 240 \mu F$$

$$U = 480 V$$

$$U_3 = U_p = 300 V$$

(1 bod)

$$U_{12} = U_1 = U_2 = U - U_3 = 480V - 300V = 180 V$$

$$Q_3 = U_3 \times C_3 = 300V \times 240 \times 10^{-6}F = 7,2 \times 10^{-2} C$$

$$Q_3 = Q_{12} = Q_{uk} = 7,2 \times 10^{-2} C \quad (1 \text{ bod})$$

$$Q_2 = U_2 \times C_2 = 180V \times 80 \times 10^{-6}F = 1,44 \times 10^{-2} C$$

$$Q_{12} = Q_1 + Q_2$$

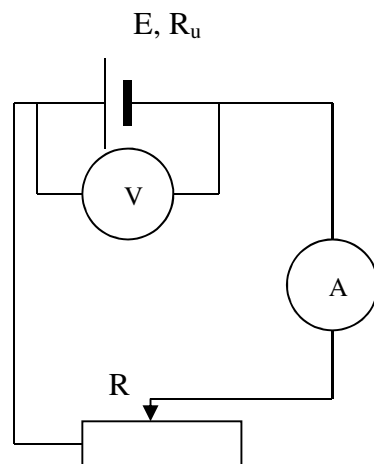
$$Q_1 = Q_{12} - Q_2 = 7,2 \times 10^{-2}C - 1,44 \times 10^{-2}C = 5,76 \times 10^{-2} C \quad (1 \text{ bod})$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U_1} = \frac{5,76 \times 10^{-2}}{180} = 3,2 \times 10^{-4} F = 320 \mu F \quad (1 \text{ bod})$$

$$\mathbf{C_{1MAX} = 320 \mu F}$$

3. ZADATAK RJEŠENJE

Na vježbama imaš zadatak odrediti EMS – E Leclancheova izvora i njegov unutrašnji otpor. Mjerenjem si dobio podatke: 1,45 V pokazivanje voltmetra pri struji od 0,2A i drugo mjerenje je pokazalo napon od 1,25V pri struji od 0,6A. Koliki je otpor promjenjivog otpornika u prvom a koliki u drugom mjerenju?



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$R_U =$	$0,5\Omega$	3	
$E =$	$1,55V$	3	
$R =$	$7,25\Omega$ i $2,08\Omega$	2	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

$$\begin{aligned}
 U_V &= E - I \cdot R_U \\
 1,45V &= E - 0,2A \cdot R_U \\
 1,25V &= E - 0,6A \cdot R_U \\
 1,45 + 0,2R_U &= E \\
 1,25 &= 1,45 + 0,2R_U - 0,6R_U \\
 1,25 &= 1,45 - 0,4R_U \\
 0,4R_U &= 1,45 - 1,25 \\
 0,4R_U &= 0,2 \\
 R_U &= \frac{0,2}{0,4} = 0,5\Omega \quad \boxed{3}
 \end{aligned}$$

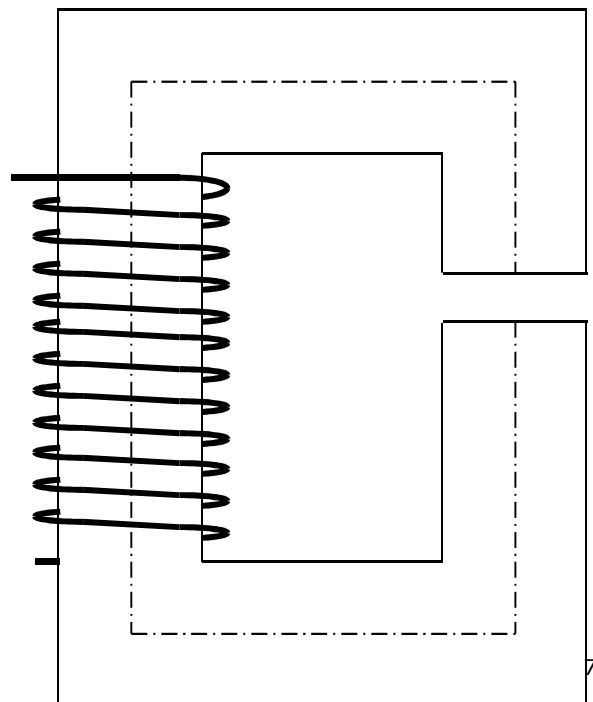
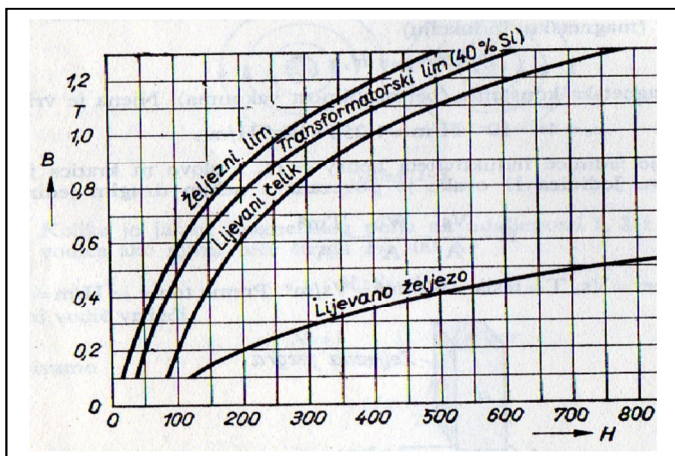
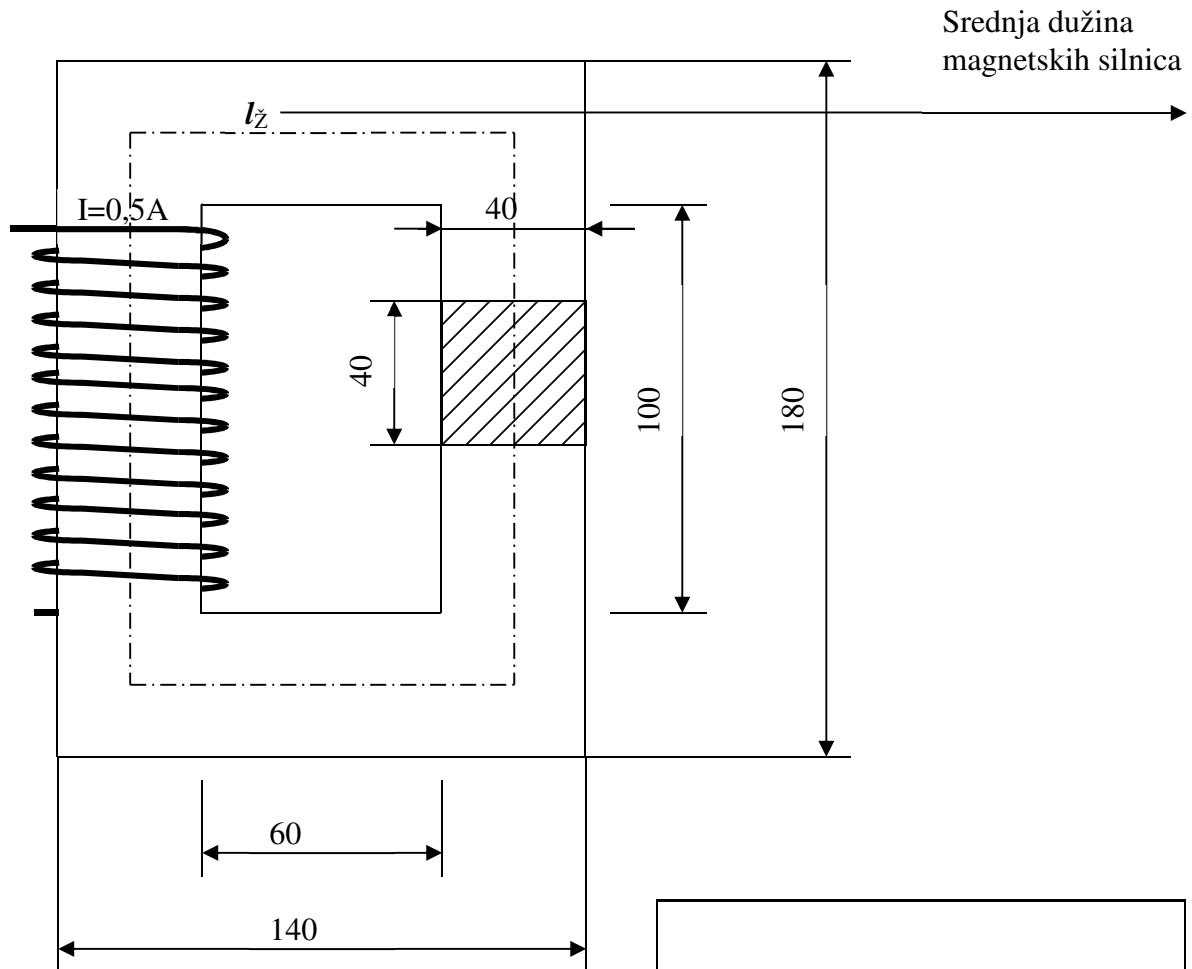
$$\begin{aligned}
 1,45 + 0,2 \cdot 0,5 &= E \\
 E &= 1,45 + 0,1 = 1,55V \\
 &\quad \boxed{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Prvo mjerenje: } \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{E}{R_U + R} \Rightarrow 0,2 = \frac{1,55}{0,5 + R} \Rightarrow 0,1 + 0,2R = 1,55 \\ 0,2R = 1,55 - 0,1 \\ R = \frac{1,45}{0,2} = 7,25\Omega \end{array} \right\} \boxed{1}$$

$$\text{Drugo mjerenje: } \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{E}{R_U + R} \Rightarrow 0,6 = \frac{1,55}{0,5 + R} \Rightarrow 0,3 + 0,6R = 1,55 \\ 0,6R = 1,55 - 0,3 \\ R = \frac{1,25}{0,6} = 2,08\Omega \end{array} \right\} \boxed{1}$$

4. ZADATAK RJEŠENJE

Zatvoreni magnetski krug je homogen i sastavljen je od transformatorskih limova podataka prema slici. Koliko zavoja treba imati zavojnica ako njome teče struja jakosti $0,5\text{A}$, kako bi u jezgri bio magnetski tok $\Phi=1,6\text{mWb}$? Kolika treba biti struja, ako načinimo zračni raspored na jezgri $\delta=5\text{mm}$, da bi magnetski tok Φ ostao nepromijenjen? Rasipanje magnetskih silnica zanemarimo. (mjere u mm)



B (T)	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
H (A/m)	145	175	210	260	325	410	500	610	730

Tablični prikaz HB karakteristike za transformatorski lim (40% Si)

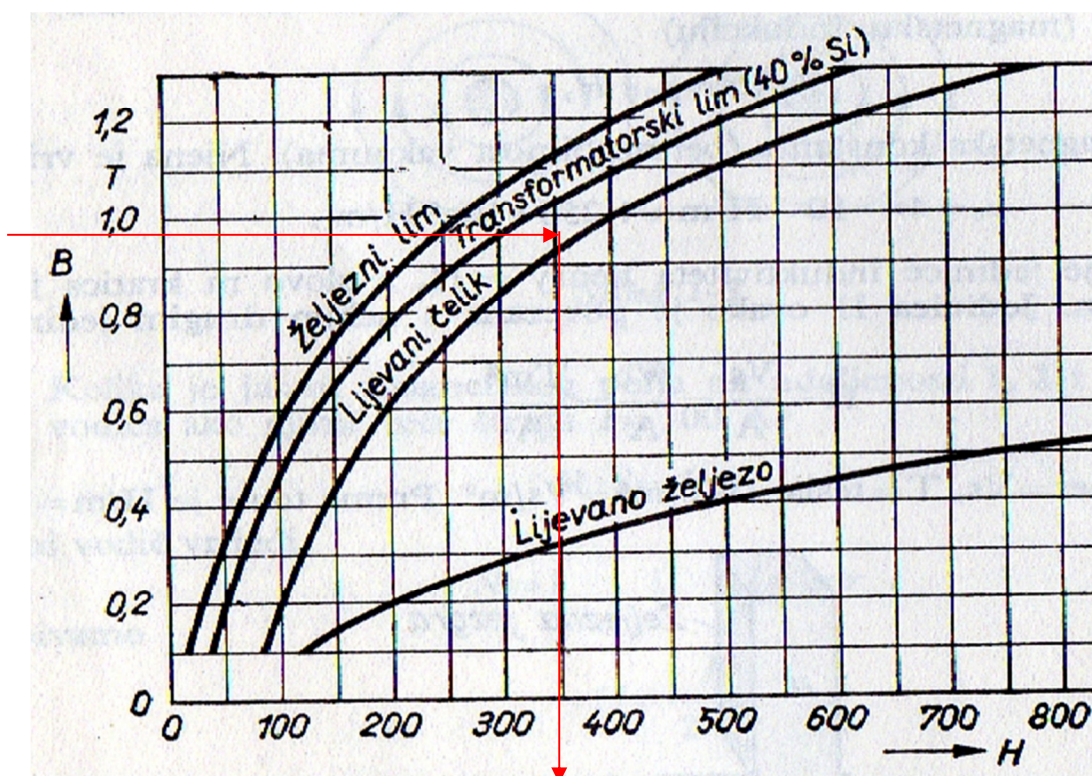
RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$B =$	1 T	1	
$N =$	312 zavoja	3	
I (sa zračnim rasporom) =	13,25 A	4	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

Izračun zavojnice bez zračnog raspora:

$$S = (4 \cdot 10^{-2})^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-3}} = 1T \quad \boxed{1}$$



Iz krivulje magnetiziranja (tablice) odabiremo 325 A/m jakost magnetskog polja.

$$H=325 \text{ A/m}$$

Srednja duljina magnetskih silnica iznosi:

$$l_z = (0,06 + 0,04) \cdot 2 + (0,1 + 0,04) \cdot 2 = 0,2 + 0,28 = 0,48 \text{ m} \quad \boxed{1}$$

$$I \cdot N = H \cdot l$$

$$N = \frac{H \cdot l}{I} = \frac{325 \cdot 0,48}{0,5} = 312 \text{ zavoja} \quad \boxed{1}$$

Ako napravimo zračni raspored od 5mm srednja duljina magnetskih silnica neznatno je manja i iznosi:

$$l_z = 0,48 - 0,005 = 0,475 \text{ m}$$

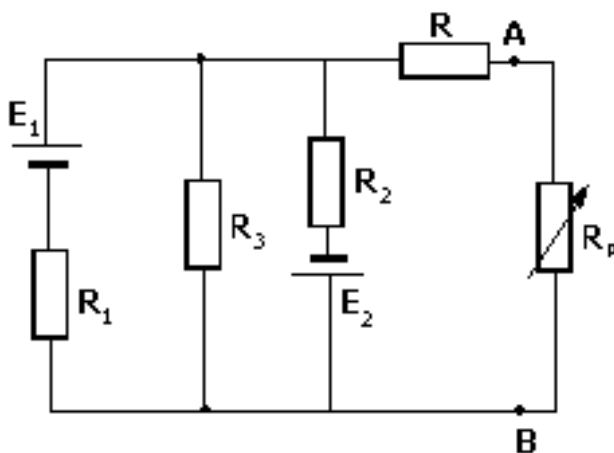
$$H_\delta = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 795774,71 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad \boxed{2}$$

$$I = \frac{H_z \cdot l_z + H_\delta \cdot l_\delta}{N} = \frac{325 \cdot 0,475 + 795774,71 \cdot 0,005}{312} = \frac{154,375 + 3978,88735}{312} = 13,24759 \text{ A}$$

$$I = 13,25 \text{ A} \quad \boxed{2}$$

5. ZADATAK RJEŠENJE

U električnoj mreži na slici poznato je: $E_1=120V$, $E_2=60V$, $R_1=R_2=R_3=R=30\Omega$. Odredi otpor trošila R_p tako da snaga na njemu bude maksimalna. Kolika je ta snaga i koliki je stupanj korisnog djelovanja u tom slučaju?



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$P_{\max} =$	2,5W	7	
$\eta =$	0,5	1	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

Poznato je da se maksimalna snaga dobije kada je otpor izvora jednak otporu potrošača.

U našem slučaju imamo tri paralelne grane i ekvivalentni napon i ekvivalentni otpor te tri grane najlakše dobivamo preko Millmanovog teorema:

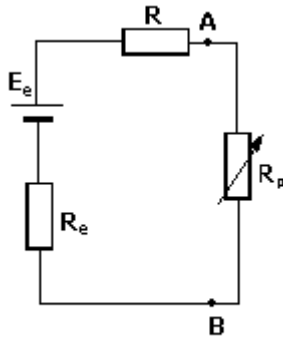
$$E_e = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + 0 \cdot \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 20V$$

2 boda

$$G_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} S \Leftrightarrow R_e = \frac{10}{1} \Omega = 10\Omega$$

1 bod

Sada nam shema mreže izgleda ovako:



Primjenom Thevenenovog teorema na gornju mrežu dobijemo da su ekvivalentni napon i ekvivalentni otpor izvora jednaki:

$$E_T = E_e = 20V$$

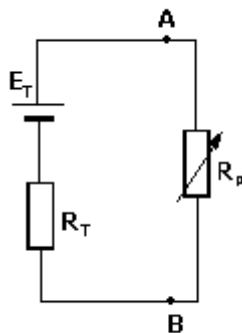
$$R_T = R_e + R = 40\Omega$$

2 boda

Mreža sada poprima slijedeći oblik:

Iz uvjeta maximalne snage zaključujemo da je: $R_T = R_p = 40\Omega$.

Maximalna snaga na potrošaču sada je jednaka:



$$P_{\max} = I^2 \cdot R_p = \frac{E_T^2}{(R_T + R_p)^2} \cdot R_p = \frac{E_T^2}{4 \cdot R_p^2} \cdot R_p = \frac{E_T^2}{4R_p} = 2,5W$$

2 boda

Stupanj korisnosti se dobiva kao omjer između snage na potrošaču i snage koju daje izvor (uz uvjet da je otpor izvora jednak otporu trošila):

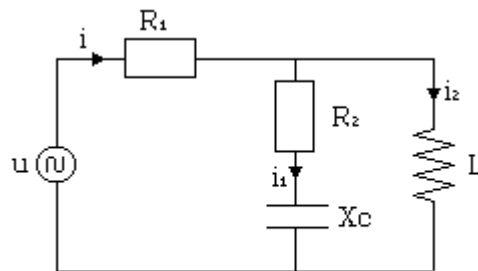
$$\eta = \frac{E_T \cdot I}{I^2 \cdot R_p} = \frac{E_T \cdot \frac{E_T}{R_T + R_p}}{\left(\frac{E_T}{R_T + R_p}\right)^2 \cdot R_p} = 0,5$$

1 bod

6. ZADATAK RJEŠENJE

Spoj prema slici u kojemu je $u = 24\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 45^\circ) V$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$ i $X_C = 2 \Omega$ je u rezonanciji.

- Odredite: 1. Induktivitet L
2. izraz za trenutnu vrijednost struje i.



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$L =$	2mH	4	
$i =$	$4\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 45^\circ)(A)$	4	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

$$u = 24\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 45^\circ) V$$

$$R_1 = R_2 = 2 \Omega$$

$$X_C = 2 \Omega$$

$$\omega_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\underline{U} = 24 \angle -45^\circ (V)$$

$$\text{Im}\{\underline{Y}_{RLC}\} = 0$$

$$\underline{Y}_{RLC} = \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{R_2 - jX_C} =$$

1

$$= \frac{1}{jX_L} + \left(\frac{1}{R_2 - jX_C} \cdot \frac{R_2 + jX_C}{R_2 + jX_C} \right) = -j \frac{1}{X_L} + \frac{R_2 + jX_C}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} + j \left(\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} - \frac{1}{X_L} \right)$$

1

$$\Rightarrow \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} - \frac{1}{X_L} = 0$$

$$\frac{2}{2^2 + 2^2} - \frac{1}{X_L} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{X_L} = 0 \Rightarrow X_L = 4 \Omega$$

1

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega L} = \frac{4}{2 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-3} H$$

$$\underline{L} = 2 \text{ mH}$$

1

$$\underline{Z}_{RLC} = \frac{1}{\underline{Y}_{RLC}} = \frac{R_2^2 + X_C^2}{R_2} + j0 = \frac{2^2 + 2^2}{2} + j0 = 4 + j0 \Omega$$

$$\underline{Z}_{RLC} = 4 \angle 0^\circ \Omega$$

1

$$\underline{Z}_{uk} = \underline{Z}_{RLC} + R_1 = 4 \angle 0^\circ + 2 \angle 0^\circ = 6 \angle 0^\circ \Omega$$

1

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{uk}} = \frac{24 \angle -45^\circ}{6 \angle 0^\circ} = 4 \angle -45^\circ A$$

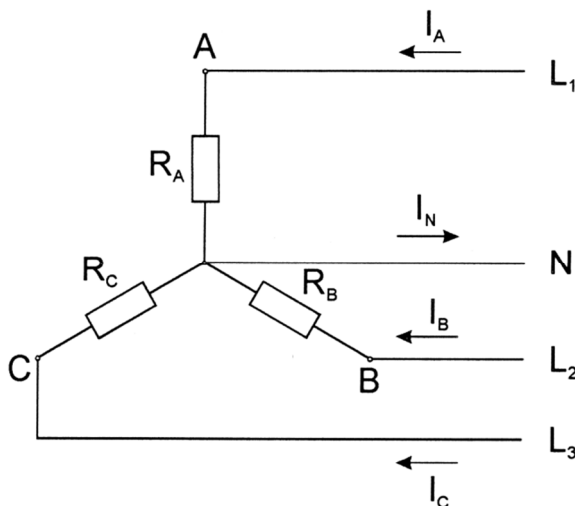
$$\underline{i} = 4\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 45^\circ)$$

1

1

7. ZADATAK RJEŠENJE

Na trofazni sustav s nul-vodičem linijskog napona 380V, 50 Hz priključena je zvijezda radnih trošila fazno nejednakih opterećenja čiji su otpori $R_A = 20\Omega$, $R_B = 8\Omega$, $R_C = 16\Omega$. Treba odrediti linijske struje sustava I_A , I_B i I_C te ukupnu snagu sustava. Nacrtaj fazorski dijagram struja u mjerilu (1cm=4A), i grafički odredi jakost struje u nul-vodu.



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$I_A =$	11A	1	
$I_B =$	27,5A	1	
$I_C =$	13,37A	1	
$P =$	11495W	2	
$I_0 = I_N$ iz grafičkog prikaza koliko centimetara predstavlja Amper	1cm=4A $I_0 = 3,85$ cm $I_0 = 3,85 \times 4 = 15,4$ A	3	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

$$I_A = I_{Af} = 220 : 20 = 11 \text{ A}$$

1 bod

$$I_B = I_{Bf} = 220 : 8 = 27,5 \text{ A}$$

1 bod

$$I_C = I_{Cf} = 220 : 16 = 13,75 \text{ A}$$

1 bod

$$P_1 = U_f \cdot I_{Af} \cdot \cos\varphi = 220 \cdot 11 \cdot 1 = 2420 \text{ W}$$

$$P_2 = U_f \cdot I_{Bf} \cdot \cos\varphi = 220 \cdot 27,5 \cdot 1 = 6050 \text{ W} \quad \text{1 bod}$$

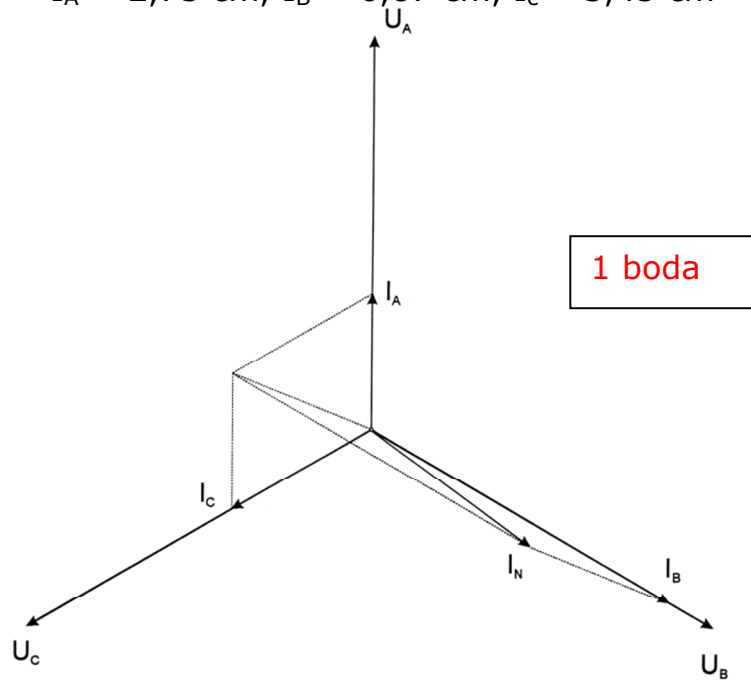
$$P_3 = U_f \cdot I_{Cf} \cdot \cos\varphi = 220 \cdot 13,75 \cdot 1 = 3025 \text{ W}$$

$$P_{uk} = P_1 + P_2 + P_3 \quad \mathbf{P_{uk} = 11\,495 \text{ W}} \quad \text{1 bod}$$

Grafički: određivanje mjerila **1 bod**

Crtano u mjerilu: 1 cm = 4A,

$$I_A = 2,75 \text{ cm}, I_B = 6,87 \text{ cm}, I_C = 3,43 \text{ cm}$$



$$I_0 = 3,85 \text{ cm} \rightarrow \underline{I_0 = 15,4 \text{ A}} \quad \text{1 bod}$$